

GLET1 - Cheat-Sheet

Grundlegendes

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I = \frac{1}{G} \cdot I$$

Stromdichte

$$S = \frac{I}{A}$$

Zylinderischer Leiter:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l}{a}$$

Knotensatz

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N = \sum_{n=1}^N I_n = 0$$

Maschensatz

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_N = \sum_{n=1}^N U_n = 0$$

Ströme in den Knoten positiv

Spannungen mit der Masche positiv

Ströme aus dem Knoten negativ

Spannungen entgegen der Masche negativ

Einfache Netzwerkmformungen

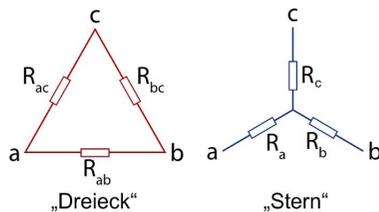
Ersatzwiderstand für parallele Widerstände

$$\frac{1}{R_{\text{Ersatz}}} = G_{\text{Ersatz}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} = \sum_{n=1}^N G_n = \sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}$$

Ersatzwiderstand für Widerstände in Reihe

$$R_{\text{Ersatz}} = \frac{1}{G_{\text{Ersatz}}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{G_n} = \sum_{n=1}^N R_n$$

Stern-Dreiecks-Umformung



Idee : Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen muss gleich bleiben.

Dreieck nach Stern

Stern nach Dreieck

$$R_a = \frac{R_{ac} \cdot R_{ab}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_c = \frac{R_{ac} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

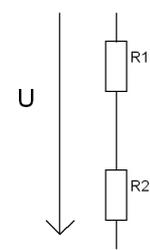
$$R_{ac} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_b}$$

$$R_{bc} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_a}$$

$$R_{ab} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_c}$$

Spannungs- und Stromteiler

Unbelasteter Spannungsteiler



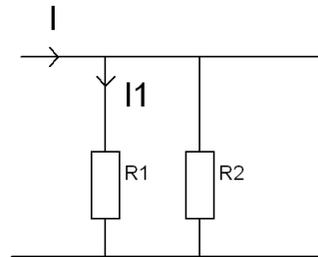
$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U}{R_{\text{Gesamt}}} = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

oder allgemeiner :

$$\frac{U_m}{R_m} = \frac{U}{\sum_{n=1}^N R_n} = U \cdot \sum_{n=1}^N G_n$$

Wobei Summe R den Gesamtwiderstand darstellt

Unbelasteter Stromteiler



$$\frac{I_1}{I} = \frac{G_1}{G_{\text{Gesamt}}} = \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

oder :

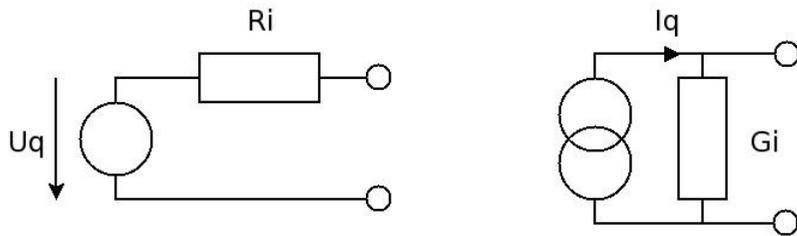
$$\frac{I_m}{I} = \frac{G_m}{\sum_{n=1}^N G_n} = \frac{\sum_{n=1}^N R_n}{R_m}$$

Rekursives Berechnen

1. Gesuchtes U/I schätzen
2. Mit der geschätzten Größe bis zur Quelle rechnen
3. Korrekturfaktor bestimmen z.B. : $\frac{U_{\text{Quelle gegeben}}}{U_{\text{Quelle errechnet}}}$
4. Gesuchte Größe korrigieren : $U_{\text{gesucht}} = \frac{U_{\text{Quelle gegeben}}}{U_{\text{Quelle errechnet}}} \cdot U_{\text{geschätzt}}$

Ersatzquellen

Bestehen aus Stromquelle + Innenleiterwert oder Spannungsquelle + Innenwiderstand



$$G_i = \frac{1}{R_i} \quad I_q = \frac{U_q}{R_i} \quad R_i = \frac{1}{G_i} \quad U_q = \frac{I_q}{G_i}$$

Überführen eines bel. Netzwerks in eine Ersatzquelle :

1. Klemmen A und B festlegen
2. Ersetze Spannungsquellen durch Kurzschlüsse
3. Entfernen Stromquellen (**einfach weglassen, nicht kurzschließen !**)
4. Ri ist der Widerstand der zwischen A und B mess/ablesbar ist.

Überlagerungsverfahren

Idee : Man berechnet die Ströme/Spannungen immer nur für eine Quelle im Netzwerk, anschließend addiert man die Werte

1. Eine Quelle aussuchen
2. Für alle anderen Uq oder Iq = 0 setzen
3. Gesuchte Größen berechnen
4. 1-3 Für jede Quelle wiederholen
5. Berechnete Spannungen und Ströme vorzeichenrichtig addieren.

Netzwerkanalyseverfahren mit vollst. Bäumen

Vollständiger Baum : Graph der **jeden Knoten** enthält, aber keinen zweimal durchläuft, also der **keine Schleifen/Maschen** enthält.

Ast : Kante die zum Baum gehört

Sehne : Kante die nicht zum Baum gehört

Maschenstromanalyse

1. Netzwerk nur über Spannungsquellen und Widerstände ausdrücken
2. Vollständigen Baum so aufstellen, das die gesuchten Ströme Sehnenströme und damit Maschenströme sind
3. Zu jeder Sehne eine Masche aufstellen. Umlaufsinn in Richtung des Sehnenstroms. Maschenindizes sollten gleich der Sehnenstromindizes sein.
4. Widerstandsmatrix aufstellen :
 1. Auf die Diagonale Summe der Widerstände der Masche
 2. Andere Felder (Zeile n Spalte m): Summer der Koppelwiderstände :
Widerstand wird von In und Im in gleiche Richtung durch flossen : +R
sonst : -R

Symmetrie beachten : Das Feld n,m hat dem selben Wert wie m,n.
5. Vektor mit Maschenströmen aufstellen
6. Vektor mit Maschenspannungen aufstellen.

Spannungen in der Masche aufsummieren.

In Maschenrichtung : negativ

Entgegen Maschenrichtung : positiv

$$\begin{pmatrix} R_{S1} & R_{K1,2} & R_{K1,3} \\ R_{K2,1} & R_{S2} & R_{K3,2} \\ R_{K1,3} & R_{K3,2} & R_{S3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{S1} \\ U_{S2} \\ U_{S3} \end{pmatrix}$$

R_s = Summenwiderstand der Masche

$R_{k,n,m}$ = Koppelwiderstand der Maschen n und m

I = Maschenstrom

U_s = Summe der Quellspannungen

Astspannungsanalyse

Schnitt teilt ein Netzwerk in 2 Teile, er schneidet genau einen Ast und sonst nur Sehnen

1. Netzwerk nur über Stromquellen und Leitwerte ausdrücken
2. Vollständigen Baum aufstellen
3. Für jeden Ast einen Schnitt aufstellen. Schnitttrichtung in Astrichtung.
4. Leitwertmatrix aufstellen :
 1. Sowohl Zeilen als auch Spaltenindizes stehen für Schnittindizes
 2. Auf der Hauptdiagonale stehen die Summen aller Leitwerte der Schnitt schneidet
 3. Auf den Nebendiagonalen stehen die Summen Leitwerte durch die beide Schnitte laufen (für Zeile 2 Spalte 1 also alle zwischen Schnitt 1 und Schnitt 2)

Vorzeichen der Leitwerte in der Summe :

Beide Schnitte zeigen in die selbe Richtung : +G

In Unterschiedliche Richtungen : -G

Symmetrie beachten : Das Feld n,m hat dem selben Wert wie m,n .

5. Vektor für die Ströme :

Summe der Quellströme die durch den Schnitt fließen

1. Positiv falls Stromrichtung und Schnittorientierung gleich sind
2. Negativ falls Stromrichtung und Schnittorientierung nicht sind

$$\begin{pmatrix} G_1 & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_2 & G_{3,2} \\ G_{1,3} & G_{3,2} & G_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{A1} \\ U_{A2} \\ U_{A3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \end{pmatrix}$$

G_1 = Summe der Leitwerte die von Schnitt 1 geschnitten werden

$G_{2,1}$ = Summe der Leitwerte die von S1 und S2 geschnitten werden (**Vorzeichen !**)

U_A = Astspannung

I_q = Summe der Quellströme

Knotenpotentialanalyse

1. Netzwerk nur über Stromquellen und Leitwerte ausdrücken
2. Bezugsknoten wählen (am besten Masse, den dort wird das Potential 0V angenommen)
3. Leitwertmatrix aufstellen :
 1. Spalten und Zeilenindizes stehen für Knotenindizes
 2. Auf der Hauptdiagonale stehen die Summen der Leitwerte am jeweiligen Knoten
 3. Auf den Nebendiagonalen stehen die Summen der negativen Leitwerte zwischen den Knoten (für Zeile 2 Spalte 1 also alle zwischen Knoten 1 und Knoten 2)

Symmetrie beachten : Das Feld n,m hat dem selben Wert wie m,n .

4. Summe der Quellströme an den Knoten.

Wegfließende Ströme : negativ

Hinfließende Ströme : positiv

$$\begin{pmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_{1,2} & \mathbf{G}_{1,3} \\ \mathbf{G}_{2,1} & \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_{3,2} \\ \mathbf{G}_{1,3} & \mathbf{G}_{3,2} & \mathbf{G}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \end{pmatrix}$$

G_1 = Summe der Leitwert am Knoten 1

$G_{2,1}$ = Summe der negativen Leitwerte zwischen Knoten 1 und Knoten 2

U_1 = Spannung zwischen Bezugsknoten (hier 4) und Knoten 1 (Potential gegenüber 4)

I_{q1} = Summe der Quellströme am Knoten 1 (**Vorzeichen beachten !**)

Wechselgrößen

Gleichrichtwert

$$|\bar{i}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |i(t)| dt$$

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)| dt$$

Scheitelfaktor

$$\xi = \frac{\hat{u}}{U} = \frac{\hat{i}}{I}$$

Effektivwert

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt}$$

Formfaktor/Crest factor

$$F = \frac{I}{|\bar{i}|} = \frac{U}{|\bar{u}|}$$

Sinusgrößen

Vereinfachungen für Sinusgrößen

$$|\bar{i}| = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{i} \quad I = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{i} \quad \xi = \frac{\hat{u}}{U} = \frac{\hat{i}}{I} = \sqrt{2}$$

$$|\bar{u}| = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{u} \quad U = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{u} \quad F = \frac{I}{|\bar{i}|} = \frac{U}{|\bar{u}|} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Komplexe Größen

Komplexe Zahl r

$$r = a + bj = r \cdot e^{j\varphi}$$

Betrag

$$r = |r| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Realteil

$$\text{Re}(r) = a = r \cdot \cos(\varphi)$$

Konjugiert komplexe Zahl zu r

$$r^* = a - bj = r \cdot e^{-j\varphi}$$

Winkel

$$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Imaginärteil

$$\text{Im}(r) = b = r \cdot \sin(\varphi)$$

Für Sinusgrößen

Komplexer Drehzeiger

$$\underline{u} = \hat{u} e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

Komplexe Amplitude

$$\underline{u} = \hat{u} e^{j\varphi_u}$$

Effektivwertzeiger

$$\underline{U} = U e^{j\varphi_u}$$

Komplexe Widerstände / Impedanzen

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} \quad Z = Z e^{j\varphi} = R + jX$$

Z = Scheinwiderstand R = Wirkwiderstand X = Blindwiderstand/Reaktanz

Phi = Winkel zwischen Spannung und Strom oder $\varphi = \arctan \frac{X}{R}$

Ohmscher Widerstand

$$\underline{Z}_R = \frac{U}{I} = R$$

Induktivität

$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

Kapazität

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Siehe Möller Tabelle 5.2

Komplexe Leistung

$$\underline{S} = \underline{Z} I^2 = R I^2 + jX I^2 = P + jQ \quad \lambda = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

S = Scheinleistung P = Wirkleistung Q = Blindleistung λ = Leistungsfaktor