hinreichend notwendig	$A \Rightarrow B$, A ist wahr, so ist auch B wahr $\rightarrow$ A ist hinreichend für B B ist notwendig für A
De Morgan	$S\setminus(A\cup B)=(S\setminus A)\cap(S\setminus B)$ $\quad \overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$ $S\setminus(A\cap B)=(S\setminus A)\cup(S\setminus B)$ $\quad \overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$
binomische Formel	$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$
gerade Fkt.	$f(-x)=f(x)$
ungerade Fkt.	$f(-x)=-f(x)$
Umkehrfkt.	ist f streng monoton $\Rightarrow$ f ist injektiv $\rightarrow$ es ex. Umkehrfkt.
Grenzwertsätze rechtsseitig + linksseitig!	$\lim_{n\to\infty}(a_n\pm b_n)=\lim a_n \pm \lim b_n$ $\lim(a_n b_n)=\lim a_n\cdot\lim b_n$ $\lim c\cdot a_n = c\cdot\lim a_n$ $\lim\frac{b_n}{a_n}=\frac{\lim b_n}{\lim a_n}$ Quetschlemma $\lim a_n=\lim c_n=\lim b_n$ $a_n\le b_n\le c_n$
asymptotische Gleichheit	2 Folgen heißen asympt. gleich $a_n\sim b_n$ wenn $\frac{a_n}{b_n}\xrightarrow{n\to\infty}1$
Kontraktion	$\lvert f(x)-f(z)\rvert\le c\lvert x-z\rvert,\ c<1$ x_n rekursiv, $f:[a,b]\to[a,b]$ $\lvert f'(x)\rvert<1$ dann konv. x_n gegen $x_0\in[a,b]$ überprüfen
geometrische Reihe	$\sum_{k=0}^{n}x^k=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$, $\lvert x\rvert<1$, $n\to\infty$ $=\frac{1}{1-x}$
Majorantenkrit.	$\lvert a_n\rvert\le b_n$, $\sum_{n=0}^{\infty}b_n$ konv. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}a_n$ konv.
Minorantenkrit.	$\lvert a_n\rvert\ge b_n$ $\sum b_n$ div $\Rightarrow \sum a_n$ div.
Quotientenkrit.	$\lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\rvert\le q \qquad 0\le q<1$
Wurzelkrit.	$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\lvert a_n\rvert}\le q$
Leibnizkrit.	$\sum(-1)^n a_n$ konv, wenn a_n monoton fallende Nullfolge
Konvergenzradius	$\lvert R\rvert=\frac{1}{\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\lvert a_n\rvert}}=\frac{1}{\lim_{n\to\infty}\left\lvert\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\rvert}$
ln, e^x	$\ln(x\cdot y)=\ln x+\ln y$, $e^{x+y}=e^x e^y$ $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$
komplexe Folgen, Reihen	konvergieren genau dann wenn Re(z) und Im(z) konv. bei Reihen QK mit Betrag anwenden $\rightarrow$ prüfen dass $\lvert z\rvert\le R$ $\downarrow$ wie immer
Trigonometr. Pythagoras	$\cos^2x+\sin^2x=1$ $\cosh^2x-\sinh^2x=1$

Additionstheoreme	$\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y$ $\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y$ $\sin x\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$ $\cos 2x=1-2\sin^2x$ $\tan(x\pm y)=\frac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}$
Polardarst.	$z=a+ib=\lvert z\rvert\cdot e^{i\varphi}$ $\quad \varphi=\arccos\frac{a}{r}$ $\rightarrow$ normieren!
n-te Wurzel	$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{\lvert z\rvert}\cdot e^{i\varphi}$ $\quad \varphi=\frac{\alpha+2\pi k}{n}$ $\cos\alpha=\frac{a}{r}$ $\quad k=0,\dots,n-1$
Landau-Symb.	asympt. obere Schranke von f, $x\to\infty$ $\lim\left\lvert\frac{f(x)}{g(x)}\right\rvert<K$ abschätzen $f=O(g)$ f gegenüber g asympt. vernachlässigbar $x\to x_0,\pm\infty$ $\lim\left\lvert\frac{f(x)}{g(x)}\right\rvert=0$ $f=o(g)$
Zwischenwerts.	$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ stetig, $f(a)f(b)<0$ $\rightarrow$ f hat mind. 1 NST auf $[a,b]$
Bisektionsverf. $\rightarrow$ findet NST $\rightarrow f(x)=0$	$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ stetig, $a_0,b_0\in[a,b]$ mit $f(a_0)\cdot f(b_0)<0$, $\varepsilon>0$ $m_k=\frac{a_k+b_k}{2}$, $f(m_k)\cdot f(a_k)<0$ $\quad a_{k+1}=a_k,\ b_{k+1}=m_k$ $\downarrow$ NST $f(m_k)\cdot f(a_k)>0$ $\quad a_{k+1}=m_k,\ b_{k+1}=b_k$
Horner-Schema	x_0 | 0 | x^n | x^{n-1} | … $x_0 x^n$ $x_0x^n+x^{n-1}$
sinh(x)	$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ bei sinx mit i vor x
cosh(x)	$\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ bei cosx mit i vor x
Diffbar	Differenzenquot. $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ Differentialquot. $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
Tangentensteigung	$T_f(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
Quotientenregel	$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$
Abl. Umkehrfkt	g(y) sei Umkehrfkt. von f(x) $g'(y)=\frac{1}{f'(g(y))}$
Extrema	$f'(x)=0$, $f''(x)>0\rightarrow$ TP $f''(x)<0\rightarrow$ HP
Satz von Rolle	$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ stetig + diffbar $f(a)=f(b)\Rightarrow$ es ex. $f'(x_0)=0$
Mittelwertsatz	$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ stetig + diffbar dann ex $x_0\in[a,b]$ $f'(x_0)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ Tangente ∥ Sekante

Monotonie
$f'(x) \geq 0 \rightarrow$ wachsend
$f'(x) \leq 0 \rightarrow$ fallend

$f''(x) > 0 \rightarrow$ konvex $\rightarrow$ Linkskrümmung
$f''(x) < 0 \rightarrow$ konkav $\rightarrow$ Rechtskrümmung
$f''(x) = 0 \rightarrow$ Wendepunkt

Taylor
Reihe / Polynom (∞ / n)
$$T_f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$$

Restglied
$$R_f(x) = \frac{f^{(n+1)}(\tilde{x})}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}, \quad \tilde{x} \in [x, x_0]$$

Newtonverfahren → findet Nullst. $g(x)=0$
$g'(x) \neq 0$ $\quad x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)}$
→ Tangentenanlegen

MWS-Integr.
$$\int_a^b f(x) = dx = (b-a) f(\tilde{x})$$

Hauptsatz
$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Partielle Integr.
$$\int_a^b f'(x)g(x)dx = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx$$

Substitution
$$\int_a^b f(z(x))\, z'(x)dx = \int_{z(a)}^{z(b)} f(s)\, ds$$

$u = g(x)$, $\frac{du}{dx} = g'(x)$
$x = h(u)$, $\frac{dx}{du} = h'(u)$

$$\int \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln(g(x)) + C$$
$$\int e^{g(x)} g'(x) dx = e^{g(x)} + C$$
$$\int (g(x))^{\alpha} g'(x) dx = \frac{1}{\alpha+1} g(x)^{\alpha+1} + C$$

Trapezregel
$h = \frac{b-a}{n}$, Teilschritte n
$\rightarrow x_k = a + k \cdot h \quad k = 0 \dots n$
$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{k=1}^{n} \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x)dx \approx \sum_{k=1}^{n} h \cdot \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2}$$

Uneigentl. Integr.
$|f(x)| \leq |g(x)|$ $\quad \int_a^\infty g(x)$ ist konv. $\rightarrow$ auch $\int_a^\infty f(x)$ konv.
bei div. $|f(x)| \geq |g(x)|$
$$\int_0^\infty f(x)dx \text{ konv.} \iff \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \text{ konv.}$$

Indexshift
$\sum_{k=0}^{n} \rightarrow \sum_{k=1}^{n+1}$ in Summe $k-1$

Werte

	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
$\cos(x)$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0
$\sin(x)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1

Fakultäten
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad \binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$$
$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$$

Bin. Lehrsatz
$$\sum_{i=0}^{k} \binom{2k+1}{2i+1} = 2^{2k}$$
$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{|a-b|}$$

Abschätz. Betrag
$|x+y| \leq |x| + |y| \quad |x-y| \leq |x| + |y|$
$||x| - |y|| \leq |x+y|$

Bernoulli
$(1+x)^n \geq 1 + nx$

Kreisgl.
$(a-x_1)^2 + (b-x_2)^2 = r^2$

komplexe Zahlen
$|x||y| = |y||x|$, $Re(z) \leq |z|$, $Re(z)$ = reell
$|z| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{|z\bar{z}|}$

arctanx
$$\arctan x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ableitungen
$$(\arctan x)' = \frac{1}{x^2+1}$$
$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$
$$(-\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\int \arcsin x \, dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$$
$$\int \arccos \, dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$$
$$\int \frac{1}{1-x^2} dx = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$
$$\int \frac{1}{x^2-1} dx = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x, \quad \int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arccos x$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$
$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

→ Fallunterscheidungen